

Banque MP/MPI inter-ENS – Session 2023

Rapport sur l'épreuve de TIPE de mathématiques

Ecoles concernées : ENS (Paris) - ENS de Lyon - ENS de Paris-Saclay - ENS de Rennes
Membres du Jury: G. Freixas, J. Marché, J.-M. Mirebeau, H. Zaag, O. Zindy.

Coefficients (en pourcentage du total d'admission):

Coefficient	ENS Paris	ENS de Lyon	ENS de Paris-Saclay	ENS de Rennes
Concours MP\MPI	7.4%	5.4%	3.8%	3.8%
Concours Info	3.3%	5.6%	7.9%	11.4%

Déroulement de l'épreuve. L'épreuve de TIPE est commune aux quatre ENS. Le candidat dépose lors de son inscription au concours un rapport sous la forme d'un unique fichier PDF présentant son travail, et précise quelle en est la discipline dominante (mathématiques, informatique, physique). Une discipline secondaire peut également être mentionnée. Le rapport, de cinq pages en principe, auxquelles s'ajoutent une bibliographie et d'éventuelles figures, doit être l'oeuvre du candidat et non la reproduction d'un ouvrage ou a fortiori du rapport d'un autre candidat. Insistons : le travail en groupe est autorisé (sous réserve que le candidat maîtrise l'ensemble du rapport, et mette également en avant une part de travail personnel), tandis que le plagiat est interdit (exclusion du candidat). Cependant, ce rapport n'est pas évalué en tant que tel : il constitue le support sur lequel s'appuiera l'épreuve orale. Il est donc inutile, voire nuisible, de présenter des textes très longs que les examinateurs ne pourront pas étudier correctement, ou d'y adjoindre des annexes pléthoriques. À plus forte raison, les pièces supplémentaires présentées le jour de l'épreuve ne seront pas prises en considération.

L'oral proprement dit dure 40 minutes. Le candidat est tout d'abord invité à présenter son travail, en abordant rapidement le contenu mathématique. Le choix est laissé au candidat de présenter son travail au tableau ou par vidéoprojection. Le fichier vidéoprojeté, au format PDF sera placé sur une clé USB apportée par le candidat.

Le candidat peut s'appuyer sur son rapport que le jury a sous les yeux lors de l'épreuve. Cet exposé d'introduction sert à entrer dans le vif du sujet, le jury peut l'interrompre rapidement pour vérifier la compréhension des concepts utilisés en posant des questions plus précises ou en proposant des exercices courts en rapport avec le sujet traité. Le candidat ne doit pas s'inquiéter de n'avoir eu le temps de présenter, à la fin de l'épreuve, qu'une petite partie du plan prévu, ni du fait que le jury ait concentré ses questions sur un point particulier.

Critères d'évaluation. L'épreuve de TIPE de mathématiques est, avant tout, une *épreuve de mathématiques*. Le premier critère d'évaluation est donc la bonne maîtrise du contenu mathématique de l'étude et bien entendu de celle du programme de MP. Bien que comportant une partie écrite (le rapport) qui se doit d'avoir un contenu mathématique sérieux, le TIPE de mathématiques est une épreuve orale et c'est donc principalement la discussion entre le candidat et le jury qui est prise en compte dans la note finale. Les sujets pluridisciplinaires sont les bienvenus, tout comme les considérations d'ordre empirique et expérimental, ou les implémentations informatiques, mais le candidat doit être à même de les relier à une analyse mathématique rigoureuse. Le jury souhaite trouver, notamment, des énoncés mathématiques précis sur lesquels il pourra asseoir ses questions. Le soin apporté à d'autres éléments du rapport ne peut en aucun cas remédier à l'insuffisance de

contenu mathématique que nous avons constatée dans certains travaux. En particulier, nous attirons l'attention du candidat sur l'importance du choix de la discipline dans laquelle il présentera son TIPE (mathématiques, informatique ou physique) et qui conditionne le jury qui l'écouterá : un TIPE centré sur la programmation informatique d'un algorithme de résolution (type Rubik's cube) ou d'une modélisation (type automate cellulaire) aurait peut-être été plus avantageusement présenté en informatique. Les jurys ne sont pas mixtes et le jury de mathématiques n'a pas vocation à tester les programmes informatiques.

Compétences attendues. L'épreuve de TIPE a la particularité de permettre au candidat de choisir le thème sur lequel il sera interrogé. En contrepartie, le jury attend de sa part une bonne compréhension de ce sujet et une maîtrise des outils mathématiques employés pour le traiter. Nous pensons qu'il est possible de trouver des thèmes riches et originaux sans s'éloigner beaucoup du programme.

L'initiative personnelle doit correspondre à un questionnement du candidat tout au long de la préparation de son TIPE en mathématiques : pour chaque résultat introduit on doit être capable de fournir un exemple ou un contre-exemple, vérifier son application dans un cas simple, justifier de la nécessité de toutes les hypothèses, évaluer la "force" du résultat... Le candidat doit être capable, si on le lui demande, de faire une démonstration si celle-ci est simple ou d'exposer les idées-clés sans entrer dans les détails. Il n'est bien sûr pas défendu d'admettre une démonstration, tant que c'est indiqué explicitement dans le rapport.

Le jury rappelle qu'il est attendu du TIPE qu'il contienne des mathématiques et notamment des preuves. Une succession de définitions et résultats sans preuve ne peut constituer en aucun cas un rapport satisfaisant. Le candidat a la possibilité d'apporter des notes personnelles, et de les consulter à sa guise en cas de doute sur une formule ou un énoncé, mais il doit également savoir s'en détacher dans le cadre du dialogue avec le jury, et éviter de les garder à la main de façon continue.

Thèmes choisis. Le thème de l'année était "La ville". Le jury de mathématiques est conscient de la difficulté de suivre le thème imposé et n'accorde que peu d'importance au lien avec le TIPE du candidat. À titre d'exemple, voici quelques-uns des thèmes les plus fréquents dans lesquels s'inscrivent les sujets que nous avons rencontrés cette année :

- Réseaux routiers, paradoxe de Braess.
- Problème du voyageur de commerce, algorithme de Metropolis–Hastings.
- Codes correcteurs d'erreurs, codes de Reed–Solomon, tests de primalité, corps finis.
- Dimension de Hausdorff ou Minkowski, fractales.
- Propagation d'incendies, percolation.
- Spectre de graphes.
- Courbes de Bézier.
- Théorème des nombres premiers, théorème de Hardy–Littlewood.
- Marches auto-évitantes.
- Fonctions booléennes, paradoxe de Condorcet.
- Fonctions holomorphes, théorème des résidus.
- Chaînes de Markov, théorème de Perron–Frobenius.
- Optimisation et apprentissage : réseaux de neurones, descente de gradient, applications diverses.
- Topologie algébrique : groupe fondamental, théorème de Brouwer.

On ne peut qu'encourager les candidats à essayer de faire preuve d'originalité (en s'éloignant par exemple des thèmes sus-mentionnés). En plus d'aiguillonner l'attention du jury, cela témoignera de l'indépendance de la démarche scientifique du candidat. À l'inverse, quand le même thème réapparaît chez plusieurs candidats issus d'un même lycée, ceux-ci doivent faire ressortir des contributions personnelles témoignant d'un travail indépendant, à même d'être évalué par le jury.

Remarques sur la forme. Le jury a été, dans l'ensemble, plutôt satisfait des différents rapports. C'est le signe que l'épreuve est prise au sérieux et travaillée pendant la période (pourtant chargée) de la prépa.

Certains candidats ont présenté un travail commun sur un sujet. C'est tout à fait possible tant que le candidat le mentionne explicitement. Il n'est par contre pas acceptable que lors des questions du jury sur un point du rapport ou de la présentation, le candidat déclare qu'il n'a pas traité cette partie là personnellement. Si le cas venait à se produire, il est préférable que le candidat dise en amont qu'il cite le travail d'un autre membre de l'équipe mais qu'il n'a pas approfondi celui-ci. Nous rappelons qu'il est interdit que des candidats différents présentent le même rapport.

Le plagiat d'un rapport d'une année précédente, d'une source bibliographique, ou d'un document disponible sur internet, est formellement interdit et entraîne l'exclusion du candidat.

Rapport et présentation. Nous avons observé une grande hétérogénéité sur la qualité des rapports reçus. Mieux vaut un rapport court, bien structuré, soigneusement relu et citant une bibliographie pertinente, qu'un rapport long, désorganisé et truffé d'erreurs ou typos. L'évaluation du TIPE est, certes, fondée sur l'oral, mais le rapport transmis conditionne le déroulement de ce dernier car il permet au jury de préparer les questions et ouvertures qui permettront au candidat de mettre en valeur sa compréhension du sujet étudié.

La même remarque s'applique aux présentations. Trop de candidats arrivent sans l'avoir suffisamment préparée et proposent alors un exposé décousu, ponctué de blancs. Qu'elle soit faite au tableau ou vidéoprojetée, la présentation doit être bien réfléchie. En particulier il est en général impossible de présenter tous les résultats contenus dans le rapport. Le choix des éléments à présenter doit être fait en amont. Certains candidats ont souhaité projeter leur rapport pour s'en servir comme présentation. Nous déconseillons fortement ce choix car il en résulte un document peu lisible et qui se prête fort mal à la présentation. Par ailleurs chaque membre du jury dispose déjà de ce document sur son propre écran, ce qui rend la projection inutile. Beaucoup de candidats choisissent de présenter au tableau, et il en résulte souvent un bon exposé.

Remarques finales. Pour finir, nous tenons à remercier ceux qui, par le recul qu'ils ont pris sur la question qu'ils étudiaient, le niveau de leur travail et la qualité de leur exposé, nous ont donné l'occasion d'avoir un échange d'un réel intérêt scientifique.